

Contrôle Continu II
Durée 2h

Exercice 1 :

1. Montrer, en utilisant la formule de Taylor, que

$$\forall x \in [0, +\infty[, 1 + x - \frac{x^2}{2} \leq \sqrt{1+2x} \leq 1 + x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2}.$$

2. En utilisant le développement limité calculer les limites suivantes :

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - \cos(x)}{1 - \sqrt{1-x^2}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

Exercice 2 : Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose

$$I_n = \int_0^1 \frac{dt}{(1+t^2)^n}$$

1. Exprimer I_{n+1} en fonction de I_n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
2. En déduire la valeur de I_3 .

Exercice 3 : On définit l'intégrale suivante

$$J(x) = \int_0^x \sqrt{\frac{t}{t+1}} \frac{dt}{(2t^2 + 2t + 1)}$$

1. Décomposer en éléments simples la fraction rationnelle suivante :

$$f(x) = \frac{x^2}{x^4 + 1}.$$

2. En déduire une primitive de f .
3. A l'aide du changement de variable $u = \sqrt{\frac{t}{t+1}}$ calculer $J(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} J(x)$

$$(1+t^2) \mid (1+t^2) = (1+t^2)^n$$

$$(1+t^2)^2 \mid 1 + (1+t^2) = (1+t^2)^m (1+t)$$



ETU UP.com

Programmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Informatique
Optique
Chimie
Algèbre
Corrigés
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..